

## Apéndice I. Diseño del eje principal

El diseño del eje se realizó bajo el criterio de Soderberg, siendo este el método más comúnmente utilizado en este tipo de aplicaciones y el cual busca una máxima seguridad en la pieza a diseñar. Para realizar el cálculo, se utilizó como referencia bibliográfica el libro “Fatiga” de Alfredo Parada y los datos de entrada que se muestran en la Tabla II.

Tabla II

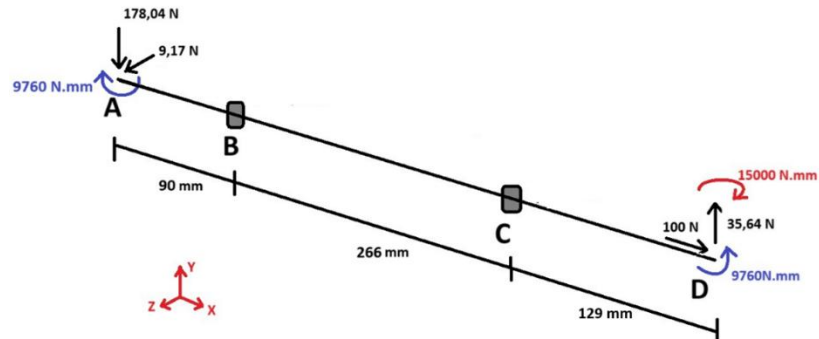
*Datos de entrada para el diseño del eje*

Variables de entrada			
Parámetro	Magnitud	Unidad	Descripción
$A_y$	-178,04	N	Reacción Y Polea conducida
$A_z$	9,17	N	Reacción Z Polea conducida
$T_A$	-9760	N·mm	Torque de entrada Polea conducida
$D_x$	100	N	Reacción X Disco de corte
$D_y$	35,64	N	Reacción Y Disco de corte
$T_D$	9760	N·mm	Torque de salida Disco de corte
$M_{yD}$	15000	N·mm	Momento Y Disco de corte
a	90	mm	Distancia entre Polea conducida y Rodamiento B
b	266	mm	Distancia entre Rodamiento B y Rodamiento C
c	129	mm	Distancia entre Rodamiento C y Disco de corte
N	2,5		Factor de seguridad a criterio de diseñador
$S_{y304}$	215	MPa	Resistencia a la fluencia del acero AISI 304
$S_{u304}$	505	MPa	Resistencia última del acero AISI 304
AISI 304 Laminado Simple		Material para utilizarse en el eje principal	
Mecanizado fino		Tipo de mecanizado a realizarse	
$^{\circ}T_{Op}$	122	$^{\circ}F$	Temperatura de operación
Confiabilidad	99,99	%	Confiabilidad del diseño
Vida útil	10'000.000	Ciclos	Vida útil del eje

Inicialmente, se requirió establecer el DCL que tendrá el eje para obtener las reacciones generadas por los rodamientos, el cual se muestra en la Figura I1.

Figura I1

*DCL del eje principal*



Autores

Con base en el DCL, se procedió a calcular las reacciones generadas por los rodamientos en el plano XY, utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\sum M_z = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

Asimismo, se resolvió  $\sum M_z$  en el punto B para obtener la reacción de  $R_{yC}$

$$\sum M_{zB} = 178,04(90) + R_{yC}(266) + 35,64(266 + 129) = 0$$

$$R_{yC} = -\left(\frac{178,04(90) + 35,64(266 + 129)}{266}\right) = -113,163[N]$$

$$R_{yC} = 113,163 [N] \downarrow$$

Luego, se resolvió  $\sum F_y$  para obtener  $R_{yB}$

$$\sum F_{yB} = -178,04 + R_{yB} - 113,163 + 35,64 = 0$$

$$R_{yB} = 178,04 + 113,163 - 35,640 = 255,563 [N]$$

$$R_{y_B} = 255,563 [N] \uparrow$$

A su vez, se resolvió  $\sum F_x$  para obtener la reacción en el rodamiento C, ya que será el encargado de soportar la fuerza axial generada por la fuerza de empuje, dando como resultado:

$$\sum F_x = R_{x_C} + 100 = 0$$

$$R_{x_C} = -100 [N]$$

$$R_{x_C} = 100 [N] \leftarrow$$

Posteriormente, se procedió a calcular las reacciones generadas por los rodamientos en el plano XZ, utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\sum M_y = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

De la misma manera que en el plano XY, se resolvió  $\sum M_y$  en el punto B, dando como resultado la reacción de  $R_{z_C}$

$$\sum M_{y_B} = 9,17(90) - R_{z_C}(266) - 15000 = 0$$

$$R_{z_C} = \frac{9,17(90) - 15000}{266} = -53,288 [N]$$

$$R_{z_C} = 53,288[N] \uparrow$$

Además, se resolvió  $\sum F_z$  para obtener  $R_{z_B}$

$$\sum F_{z_B} = 9,17 + R_{z_B} - 53,288 = 0$$

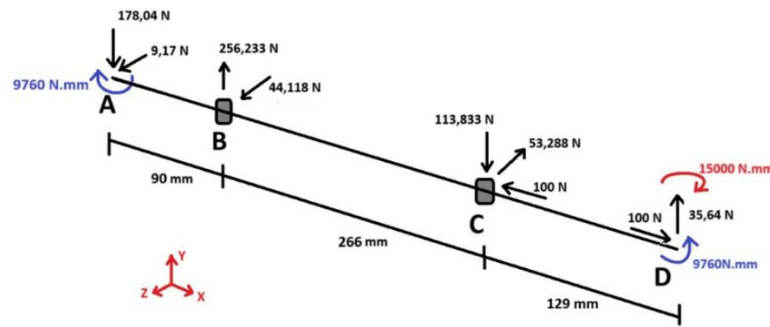
$$R_{z_B} = 53,288 - 9,17 = 44,118[N]$$

$$R_{z_B} = 44,118 [N] \downarrow$$

Una vez se calcularon las reacciones, se presenta el DCL completo del eje principal en la Figura I2.

Figura I2

*DCL completo del eje principal*



Seguido de esto, se halló cada diagrama de fuerzas, torque y momentos en cada plano para obtener los puntos de análisis. Los diagramas de fuerza axial y torque se muestran en la Figura I3 y Figura I4.

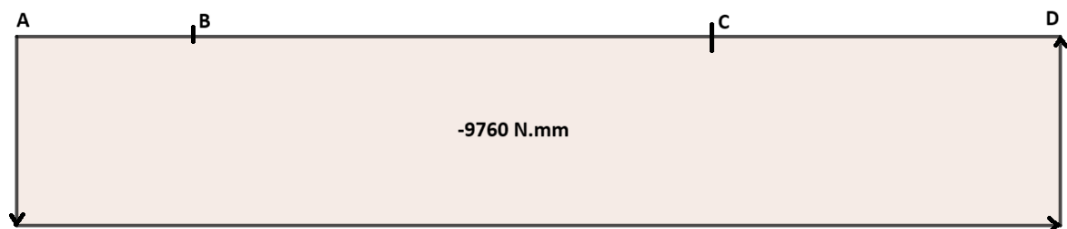
Figura I3

*Diagrama de fuerza axial*



Figura I4

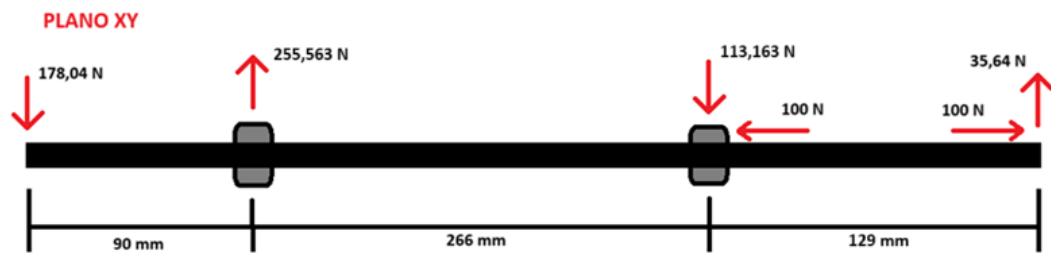
*Diagrama de torque*



Para el plano XY, se extrajo las reacciones correspondientes de cada punto y se mostraron en la Figura I5.

Figura I5

*Diagrama de cargas en el plano XY*



Con este diagrama de carga, se halló el diagrama de fuerzas cortantes y diagrama de momentos evidenciados en la Figura I6 y Figura I7.

Figura I6

*Diagrama de fuerza cortante en el plano XY*

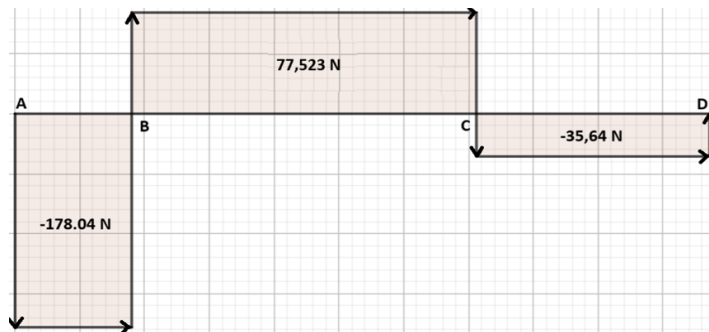
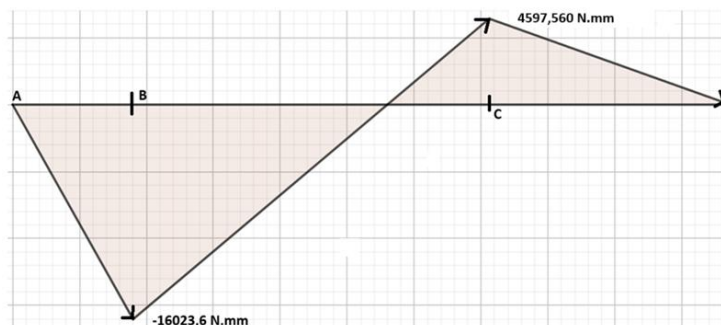


Figura I7

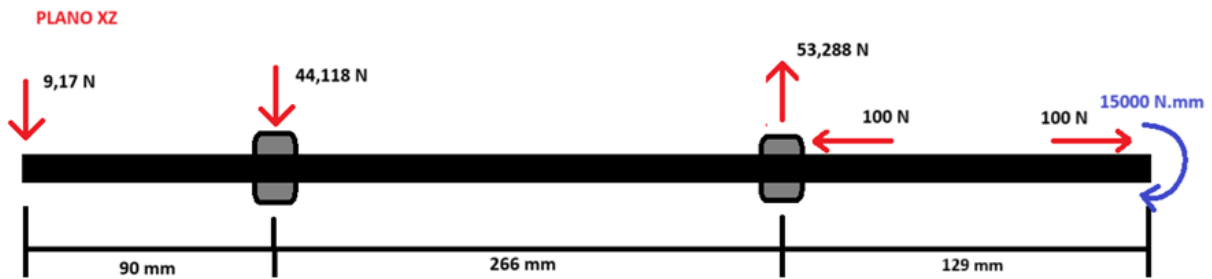
*Diagrama de momento flector en el plano XY*



De la misma manera que en el plano XY, se extrajo las reacciones correspondientes de cada punto en el plano XZ y se mostraron en la Figura I8.

Figura I8

*Diagrama de cargas en el plano XZ*



Seguido de esto, se halló el diagrama de fuerzas cortantes y diagrama de momentos evidenciados en la Figura I9 y Figura I10.

Figura I9

*Diagrama de fuerza cortante en el plano XZ*

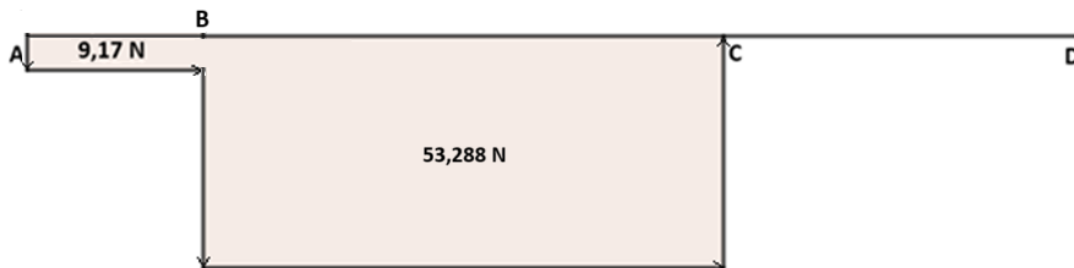
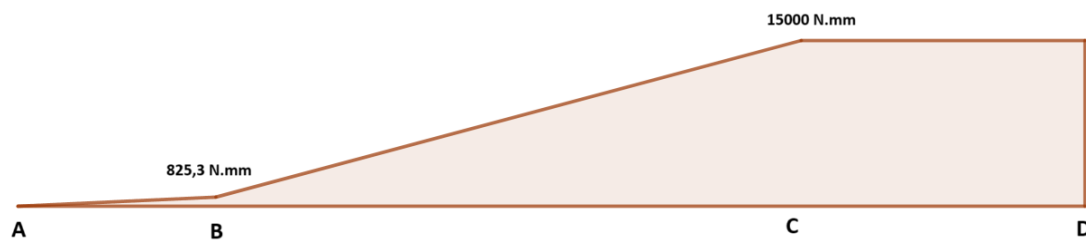


Figura I10

*Diagrama de momento flector en el plano XZ*



Una vez hallados los diagramas de fuerza cortante y momentos flectores, se realizó el esquema del diseño del eje principal mostrado en la Figura I11. Para ello, se consideró una relación de diámetros ( $D/d$ ) desde 1,2 hasta 1,4 con base al diámetro interno de la polea conducida (19,05mm) y del disco de corte (20mm). Además, se evaluó el diámetro de rodamiento respecto a su disponibilidad en el mercado y se estableció un diámetro de 25mm. Estas medidas y relaciones se muestran en la Tabla I2.

Figura I11

*Esquema de diseño del eje principal*

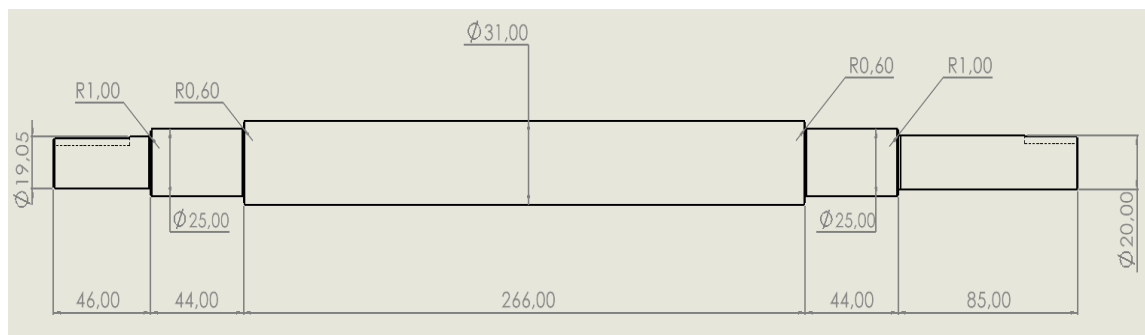


Tabla I2

*Factores de diseño  $D/d$  y  $r/d$*

Diámetro			D/d		r/d	
dA	19,05	mm	1,31	dB/dA	0,0525	r/dA
dB	25	mm	1,24	D/dB	0,024	r/dB
D	31	mm				
dC	25	mm	1,24	D/dC	0,024	r/dC
dD	20	mm	1,25	dC/dD	0,05	r/dD
Radio en salto de diámetro						
rB-C	0,6	mm				
rA-D	1	mm				

Para establecer los puntos críticos a evaluar, se consideraron los puntos donde hubiese cuñero o cambio de sección, dando como posibles puntos críticos 1, 2, B, C, 3 y D mostrados en la Figura I12.

Figura I12

*Puntos críticos del eje principal*



Luego, se procedió a calcular los momentos resultantes para cada punto mediante la siguiente ecuación:

$$M_R = \sqrt{M_Y^2 + M_Z^2}$$

Asimismo, se hallaron los valores de fuerza axial y torque para cada punto y los resultados se muestran en la Tabla I3.

Tabla I3

*Datos de momento flector resultante, fuerza axial y torque*

Punto	$M_R$ [N.mm]	$F_{Axial}$ [N]	Torque [N.mm]
1	6417,936	0	9760
2	8022,42	0	9760
B	16044,84	0	9760
C	15688,772	100	9760
3	15295,836	100	9760
D	15000	100	9760

Seguido de esto, se halló el momento medio y momento alternante para cada punto, los cuales se definen con las siguientes ecuaciones:

$$M_m = \frac{M_{Max} + M_{Min}}{2}$$

$$M_a = \frac{M_{Max} - M_{Min}}{2}$$



A su vez, como en nuestro caso la carga es reversible, se tiene que

$$M_{Max} = -M_{Min}$$

Esto indica que

$$M_m = 0$$

$$M_a = M_{Max}$$

Además, el par torsor que actúa sobre el eje es constante, lo que significa que este torque corresponde al valor de torque medio y, por consiguiente, no existe torque alternante.

$$T_a = 0$$

$$T_m = T_{Max} = T_{Min} = T$$

Estos valores ayudaron el cálculo de esfuerzo flector, esfuerzo axial y esfuerzo cortante para cada punto mediante las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_{axial} = \frac{4F}{\pi d^2}$$

$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3}$$

$$\sigma_{flector} = \frac{32M}{\pi d^3}$$

Luego, se procedió a obtener los valores de  $k_{t_a}$ ,  $k_{t_s}$ ,  $k_{t_f}$ ,  $q$  y  $q_s$ . La obtención de estos valores se dividió en dos partes: En la primera parte se obtuvo los valores para los puntos 2, B, C y 3, los cuales corresponden a los puntos con cambio de sección; en la segunda parte se obtuvo los valores para los puntos 1 y D, que corresponden a los puntos donde se encuentran los cuñeros.

Para la primera parte, estos valores se obtuvieron de las siguientes graficas:

- $k_{t_a} \rightarrow$  Grafica J1 del Apéndice J.
- $k_{t_s} \rightarrow$  Grafica J2 del Apéndice J.

- $k_{t_f} \rightarrow$  Grafica J3 del Apéndice J.
- $q$  y  $q_s \rightarrow$  Grafica J4 del Apéndice J.

En la segunda parte, los valores se obtuvieron de las siguientes graficas:

- $q$  y  $q_s \rightarrow$  Grafica J4 del Apéndice J.
- $k_{t_f} \rightarrow$  Grafica J5 del Apéndice J.
- $k_{t_s} \rightarrow$  Grafica J6 del Apéndice J.

Una vez se obtuvieron estos valores, se procedió a calcular los valores de  $k_{f_a}$ ,  $k_{f_s}$  y  $k_{f_f}$  para cada punto por medio de la siguiente ecuación:

$$k_f = 1 + q(k_t - 1)$$

Todos los resultados anteriores se muestran en la Tabla I4.

Tabla I4

*Resultados de los factores concentradores de tensiones.*

Punto	$\sigma_{axial}$ [MPa]	$\tau$ [MPa]	$\sigma_{flector}$ [MPa]	$k_{t_a}$	$k_{t_s}$	$k_{t_f}$	$q$	$q_s$	$k_{f_a}$	$k_{f_s}$	$k_{f_f}$
2	0	7,1901	11,8201		1,58	2	0,62	0,67		1,3886	1,62
B	0	3,18126	10,4596		1,8	2,55				1,584	2,0385
C	0,20372	3,18126	10,2275	2,65	1,8	2,55			2,1055	1,584	2,0385
3	0,35085	7,1901	19,4753	2,15	1,57	2,05			1,7705	1,3819	1,7035
1	0	7,1901	9,45607							1,3	1,6
D	0,31831	6,21341	19,0986							1,3	1,6

Al comparar los datos, vemos que:

- Entre 1 y 2, el mayor esfuerzo se presenta en 2.
- Entre B y C, el mayor esfuerzo se presenta en B.
- Entre 3 y D, el mayor esfuerzo se presenta en 3.

Por lo tanto, se analizaron los puntos 2, B y 3 como posibles puntos de falla. Asimismo, se realizó el cálculo de  $\sigma_{Max}$ ,  $\sigma_{Min}$ ,  $\sigma_m$ ,  $\sigma_a$ ,  $\tau_m$  y  $\tau_a$  de cada punto mediante las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_{Max} = \sigma_{flector} + \sigma_{Axial}$$

$$\sigma_{Min} = -\sigma_{flector} + \sigma_{Axial}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{Max} + \sigma_{Min}}{2}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{Max} - \sigma_{Min}}{2}$$

$$\tau_m = \tau$$

$$\tau_a = 0$$

Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla I5.

Tabla I5

*Resultados de los esfuerzos medios y alternantes.*

Punto	$\sigma_{Max}$ [MPa]	$\sigma_{Min}$ [MPa]	$\tau$ [MPa]	$\sigma_a$ [MPa]	$\sigma_m$ [MPa]	$\tau_a$ [MPa]	$\tau_m$ [MPa]
2	11,8201	-11,8201	7,1901	11,8201	0	0	7,1901
B	10,4596	-10,4596	3,18126	10,4596	0	0	3,18126
3	19,826	-19,124	7,1901	19,4753	0,35085	0	7,1901

Al mismo tiempo, se hallaron los valores correspondientes a los factores de diseño y el límite de durancia.

- Para  $S_e'$  se tuvo en cuenta el numero de ciclos y el  $S_{ut}$ , y se obtuvo con la siguiente ecuación  $\rightarrow S_e' = 0,5 * S_{ut}$  (Para vida infinita y valores de  $S_{ut} \leq 1378,95 \text{ MPa}$ )
- Para el factor de carga  $K_l$  se utilizó la Tabla J1 del Apéndice J.
- Para el factor de acabado superficial  $K_s$  se usó la Grafica J7 del Apéndice J.

- Para el factor de tamaño  $K_d$  se consideró el diámetro del punto, y se utilizó la siguiente ecuación  $\rightarrow K_d = 1,189 * d^{-0,112}$  (Para  $8mm \leq d \leq 250 mm$ )
- Para el factor de temperatura  $K_T$  se tomó un valor  $K_T = 1$  ( $^{\circ}T < 160^{\circ}F$ )
- Para el factor de confiabilidad  $K_c$  se utilizó la Tabla J2 del Apéndice J.
- Para el factor misceláneo  $K_m$  se utilizó un valor de  $K_m = 1$ .
- Para  $S_e$  se debe multiplicar los factores de diseño y el límite de endurancia  

$$\rightarrow S_e = S'_e * K_l * K_s * K_d * K_T * K_c * K_m$$

Los valores obtenidos se muestran en la Tabla I6.

Tabla I6

*Resultados de los factores de corrección y límite de endurancia.*

Punto	$S'_e [MPa]$	$K_l$	$K_s$	$K_d$	$K_T$	$K_c$	$K_m$	$S_e [MPa]$
2	252,5	0,75	0,87	0,855	1	0,702	1	98,858
B				0,829				95,894
3				0,850				98,321

Finalmente, se aplicó el criterio de falla de Soderberg, el cual consta de la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{N} = \left[ \left( \frac{\sigma_m}{S_{yt}} + K_f \frac{\sigma_a}{S_e} \right)^2 + 4 \left( \frac{\tau_m}{S_{yt}} + K_{fs} \frac{\tau_a}{S_e} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Y los resultados del factor de seguridad obtenidos sobre los posibles puntos de falla se muestran en la Tabla I7.

Con estos valores obtenidos, se concluye que el punto crítico corresponde al **punto 3** con un factor de seguridad **N = 2,89**. Asimismo, el diseño del eje principal cumple con el factor de seguridad establecido al inicio de este apéndice.

Tabla 7

*Resultado de factor de seguridad*

Punto	N
2	4,88
B	4,46
3	2,89